

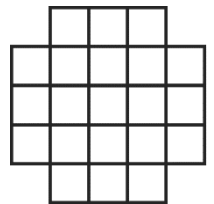
**Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан.
4 класс, заключительный этап. 9 февраля 2019 года. Решения.**

1. Расставьте в квадрате 4×4 восемь единичек и восемь двоек так, чтобы сумма чисел во всех строках была четной, а сумма чисел во всех столбцах – нечетной.

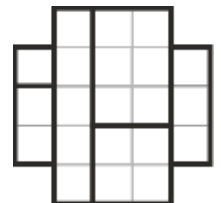
1	1	1	1
1	1	2	2
1	1	2	2
2	2	2	2

Решение. Проверять пример. Вариант расстановки:

2. Фигуру, изображенную на рисунке, разрежьте по линиям сетки на 6 прямоугольников с разными площадями. Достаточно привести только один пример.



Решение. Проверять пример. Нельзя использовать одновременно прямоугольник 1×4 и 2×2 ! Один из способов разрезания приведен на рисунке.



3. К левому берегу реки подошли 7 человек: Аня, Бенья, Ваня, Гена, Даня, Елена и Женя, и хотят переправиться на правый берег, для этого у них есть двухместная лодка. Но никто не хочет садиться в лодку с незнакомым человеком. Как им всем переправиться на правый берег, если знакомы Аня и Бенья, Ваня и Гена, Гена и Даня, а Елена и Женя, и больше никто ни с кем не знаком?

Решение. Проверять, что в лодке едут только знакомые люди! Вариант решения: ВГ→, Г←, ГД→, Д←, АБ→, Г←, ЕЖ→, В←, ВГ→, Г←, ГД→

4. Марина купила 3 кг абрикосов и 2 кг мандаринов, заплатив всего 210 рублей. При этом за абрикосы она заплатила на 30 рублей меньше, чем за мандарины. Алина тоже купила абрикосы и мандарины, но за абрикосы она заплатила в 2 раза больше денег, чем за мандарины. Чего больше купила Алина, абрикосов или мандаринов и во сколько раз?

Ответ. Алина купила в 4 раза больше абрикосов, чем мандаринов.

Решение. Так как всего Марина заплатила 210 рублей, при этом за абрикосы на 30 рублей меньше, чем за мандарины, то за 3 кг абрикосов она заплатила 90 рублей, а за 2 кг мандаринов – 120 рублей. Значит 1 кг абрикосов стоит 30 рублей, а мандаринов – 60 рублей. Мандарины стоят в два раза дороже, а Алина заплатила за абрикосы в два раза больше денег, значит она купила в 4 раза больше абрикосов, чем мандаринов.

5. В парке растут дубы, березы, сосны и елки. Елок больше всех, а сосен – меньше всех. Берез четное число, в три раза больше, чем сосен, но в два раза меньше, чем елок, а все остальные деревья – дубы. Могло ли в парке быть ровно 65 деревьев?

Ответ. Нет, не могло.

Решение. Так как берез четное число, в три раза большее, чем сосен, обозначим их как $6x$, где x – натуральное. Тогда сосен – $2x$, а елок – $12x$, в сумме – $20x$. Допустим, что всего 65 деревьев. Если x равен 1 или 2, то дубов будет больше, чем елок, но елок должно быть больше всех. А если $x = 3$, то дубов 5, это меньше 6 – количество сосен, которых меньше всех. При $x > 3$, количество деревьев превышает 80. Противоречие.

6. В зоопарке есть зебры с 4 и 6 полосками. Если у зебры 6 полосок, то она всегда говорит правду, а если 4, то всегда лжет. Первая сказала: «У всех зебр в зоопарке в сумме 30 полосок». Вторая сказала: «Нет, у всех в сумме 26 полосок». Третья сказала: «У всех зебр в зоопарке одинаковое количество полосок». Все остальные зебры сказали одно и то же: «Из первых трех зебр ровно одна сказала правду». Сколько всего зебр в зоопарке? *Укажите все ответы и объясните, почему других нет.*

Ответ. 5 зебр.

Решение. Третья зебра не могла сказать правду. Если бы ее слова были правдой, то у нее 6 полосок, и у всех остальных – тоже 6 полосок, то есть все зебры правдивые, но это не так, поскольку первая и вторая сказали противоречащие друг другу слова. Значит третья лжет.

Из первой и второй зебры права может быть максимум одна. Допустим, что и первая, и вторая – лгут. Тогда слова остальных (кроме первых трех) зебр – ложь, так как первая, вторая и третья – лгут. Все зебры солгали, но тогда бы у всех было по 4 полоски, и третья оказалась бы права – противоречие.

Значит, все-таки, первая или вторая говорят правду. Тогда все кроме первых трех тоже говорят правду, ведь они сказали, что из первых трех права ровно одна! Посчитаем количество полосок. У первой, второй и третьей в сумме $6+4+4=14$ полосок, у всех остальных – по 6 полосок. Таким образом можно набрать сумму $26=6+4+4+6+6$, и нельзя набрать 30. Получаем, что всего в зоопарке 5 зебр.