Заочная вступительная работа. 7 класс

Третья (заочная) волна поступления. 1 мая – 15 мая 2018 года

Уважаемые участники!

Работа выполняется в течение месяца. Максимальный балл за каждую из задач равен 7 баллам. Задачи не обязательно располагаются по возрастанию сложности. Напоминаем Вам, что ответ без обоснования оценивается намного ниже, чем полное решение. Пожалуйста, используйте темно-синюю или черную пасту, пишите разборчиво. Для удобства, пронумеруйте страницы Вашей работы.

Работа должна быть отсканирована или сфотографирована в хорошем качестве. Крайне желательно, чтобы Ваша работа была выслана единым файлом формата pdf. Сделать это можно, например, воспользовавшись сервисом `pdfjoiner.com`.

Письма с работами отправляются до **15-го мая** на e-mail `spektr.kazan@gmail.com`. Тема письма заполняется так: *Спектр XI класс Город (село) Фамилия Имя.*

Из нескольких писем одного участника проверяется только последнее, остальные удаляются. Поэтому если Вы хотите дополнить присланное ранее письмо, отправляйте заново все задачи.

Работы участников, незарегистрировавшихся в лагерь или неверно заполнивших поле «Тема» письма, а также работы, содержащие вместо вложенных файлов ссылки на файлы, размещенные в Интернете, могут быть проигнорированы!

Успехов!

1. У одной домохозяйки живут котики и песики, всего 30 домашних животных. Во время переезда их посадили по 2 штуки в 15 корзинок таким образом, что ровно половина всех котиков сидят с песиками. Докажите, что их не удастся пересадить (в те же 15 корзинок) так, чтобы ровно половина всех песиков сидели с котиками.

2. Троллейбусные номера состоят из шести цифр и могут начинаться с 0. Номер называется *забавным*, если сумма трех каких-то его цифр равна сумме трех остальных. Дима взял в автобусе два билета подряд. Оба их номера оказались забавными. Докажите, что один из этих номеров оканчивается на 0.

3. Ян задумал целое положительное число k, нашел его делитель, умножил этот делитель на 4 и результат вычел из числа k. Получилось 11. Чему может быть равно число k?

4. На доске записаны три положительных вещественных числа. Саша одно из них уменьшил на 3%, другое уменьшил на 4%, а третье увеличил на 5%. Результаты Саша записал в тетради. Оказалось, что в сашиной тетради записаны те же числа, что и на доске (возможно, в другом порядке). Докажите, что Саша ошибся.

5. Дан треугольник KML, в котором $\angle KML = 121^\circ$. Точки S и N на стороне KL таковы, что $KS = SN = NL$. Известно, что $MN > KS$. Докажите, что $MS < NL$.

6. На стороне AC треугольника ABC нашлись точки K и L, такие что L — середина AK и BK — биссектриса угла $\angle LBC$. Оказалось, что $BC = 2BL$. Докажите, что $KC = AB$.

7. Петя и Вася играют в следующую игру. На столе в начале игры лежит 1000 кучек по одному камню в каждой. Игрок может за один ход сложить любые две кучки камней вместе, при этом соперник дает ему столько рублей, сколько было камней в большей кучке. Выигрывает тот, кто в конце игры (когда все кучки сольются в одну) получит прибыль. Начинает Петя, ходят по очереди. Кто может выиграть вне зависимости от действий соперника и какой наибольший выигрыш он может себе обеспечить?

8. У матроса-художника на тельняшке 40 полосок: 20 черных и 20 белых. Он может перекрасить любую полоску в противоположный цвет (от этого некоторые полоски сливаются и становятся “толще”). Может ли после 13 перекрашиваний остаться ровно 12 полосок?

Заочная вступительная работа. 8 класс

Третья (заочная) волна поступления. 1 мая – 15 мая 2018 года

Уважаемые участники!

Работа выполняется в течение месяца. Максимальный балл за каждую из задач равен 7 баллам. Задачи не обязательно располагаются по возрастанию сложности. Напоминаем Вам, что ответ без обоснования оценивается намного ниже, чем полное решение. Пожалуйста, используйте темно-синюю или черную пасту, пишите разборчиво. Для удобства, пронумеруйте страницы Вашей работы.

Работа должна быть отсканирована или сфотографирована в хорошем качестве. Крайне желательно, чтобы Ваша работа была выслана единым файлом формата pdf. Сделать это можно, например, воспользовавшись сервисом `pdfjoiner.com`.

Письма с работами отправляются до **15-го мая** на e-mail `spektr.kazan@gmail.com`. Тема письма заполняется так: *Спектр XI класс Город (село) Фамилия Имя.*

Из нескольких писем одного участника проверяется только последнее, остальные удаляются. Поэтому если Вы хотите дополнить присланное ранее письмо, отправляйте заново все задачи.

Работы участников, незарегистрировавшихся в лагерь или неверно заполнивших поле «Тема» письма, а также работы, содержащие вместо вложенных файлов ссылки на файлы, размещенные в Интернете, могут быть проигнорированы!

Успехов!

1. По кругу сидят 6 детей, изначально у каждого из них по 11 конфеток. Раз в минуту один из детей передает одну конфетку своему соседу по часовой стрелке. Через 51 минуту у первого, третьего и пятого ребенка оказалось по 22 конфетки, а у остальных — ни одной. Докажите, что каждый ребенок хотя бы раз передал одну из своих конфеток.

2. Троллейбусные номера состоят из шести цифр и могут начинаться с 0. Номер называется *забавным*, если сумма трех каких-то его цифр равна сумме трех остальных. Дима взял в автобусе два билета подряд. Оба их номера оказались забавными. Докажите, что один из этих номеров оканчивается на 0.

3. Ян задумал целое положительное число k, нашел его делитель, умножил этот делитель на 4 и результат вычел из числа k. Получилось 11. Чему может быть равно число k?

4. На доске записаны три положительных вещественных числа. Саша одно из них уменьшил на 3%, другое уменьшил на 4%, а третье увеличил на 5%. Результаты Саша записал в тетради. Оказалось, что в сашиной тетради записаны те же числа, что и на доске (возможно, в другом порядке). Докажите, что Саша ошибся.

5. Дан треугольник KML, в котором $\angle KML = 121°$. Точки S и N на стороне KL таковы, что $KS = SN = NL$. Известно, что $MN > KS$. Докажите, что $MS < NL$.

6. Петя и Вася играют в следующую игру. На столе в начале игры лежит 1000 кучек по одному камню в каждой. Игрок может за один ход сложить любые две кучки камней вместе, при этом соперник дает ему столько рублей, сколько было камней в большей кучке. Выигрывает тот, кто в конце игры (когда все кучки сольются в одну) получит прибыль. Начинает Петя, ходят по очереди. Кто может выиграть вне зависимости от действий соперника и какой наибольший выигрыш он может себе обеспечить?

7. У матроса-художника на тельняшке 40 полосок: 20 черных и 20 белых. Он может перекрасить любую полоску в противоположный цвет (от этого некоторые полоски сливаются и становятся "толще"). Может ли после 13 перекрашиваний остаться ровно 12 полосок?

8. Точки K и L — середины сторон AB и BC четырехугольника $ABCD$. На стороне CD выбрана такая точка M, что $CM : MD = 2 : 1$. Известно, что $DK \parallel BM$ и $AL \parallel CD$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — трапеция.

Заочная вступительная работа. 9 класс

Третья (заочная) волна поступления. 1 мая – 15 мая 2018 года

Уважаемые участники!

Работа выполняется в течение месяца. Максимальный балл за каждую из задач равен 7 баллам. Задачи не обязательно располагаются по возрастанию сложности. Напоминаем Вам, что ответ без обоснования оценивается намного ниже, чем полное решение. Пожалуйста, используйте темно-синюю или черную пасту, пишите разборчиво. Для удобства, пронумеруйте страницы Вашей работы.

Работа должна быть отсканирована или сфотографирована в хорошем качестве. Крайне желательно, чтобы Ваша работа была выслана единым файлом формата pdf. Сделать это можно, например, воспользовавшись сервисом `pdfjoiner.com`.

Письма с работами отправляются до **15-го мая** на e-mail `spektr.kazan@gmail.com`. Тема письма заполняется так: *Спектр XI класс Город (село) Фамилия Имя.*

Из нескольких писем одного участника проверяется только последнее, остальные удаляются. Поэтому если Вы хотите дополнить присланное ранее письмо, отправляйте заново все задачи.

Работы участников, незарегистрировавшихся в лагерь или неверно заполнивших поле «Тема» письма, а также работы, содержащие вместо вложенных файлов ссылки на файлы, размещенные в Интернете, могут быть проигнорированы!

Успехов!

1. На продолжении стороны AD вписанного четырехугольника $ABCD$ за точку D отмечена точка E, такая что $AC = CE$ и $\angle BDC = \angle DEC$. Докажите, что $AB = DE$.

2. Докажите, что если $2 \leqslant x \leqslant 3$, $2 \leqslant y \leqslant 3$, то

$$(3-x)^2 + (3-y)^2 + (x-y)^2 \leqslant 2.$$

3. Точки K и L — середины сторон AB и BC четырехугольника $ABCD$. На стороне CD выбрана такая точка M, что $CM : MD = 2 : 1$. Известно, что $DK \parallel BM$ и $AL \parallel CD$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — трапеция.

4. Ян задумал целое положительное число k, нашел его делитель, умножил этот делитель на 4 и результат вычел из числа k. Получилось 11. Чему может быть равно число k?

5. По кругу сидят 6 детей, изначально у каждого из них по 11 конфеток. Раз в минуту один из детей передает одну конфетку своему соседу по часовой стрелке. Через 51 минуту у первого, третьего и пятого ребенка оказалось по 22 конфетки, а у остальных — ни одной. Докажите, что каждый ребенок хотя бы раз передал одну из своих конфеток.

6. Петя и Вася играют в следующую игру. На столе в начале игры лежит 1000 кучек по одному камню в каждой. Игрок может за один ход сложить любые две кучки камней вместе, при этом соперник дает ему столько рублей, сколько было камней в большей кучке. Выигрывает тот, кто в конце игры (когда все кучки сольются в одну) получит прибыль. Начинает Петя, ходят по очереди. Кто может выиграть вне зависимости от действий соперника и какой наибольший выигрыш он может себе обеспечить?

7. У матроса-художника на тельняшке 40 полосок: 20 черных и 20 белых. Он может перекрасить любую полоску в противоположный цвет (от этого некоторые полоски сливаются и становятся “толще”). Может ли после 13 перекрашиваний остаться ровно 12 полосок?

8. Дано несколько квадратных трехчленов $p_1(x)$, $p_2(x)$, $\ldots$, $p_n(x)$, каждый из которых имеет два корня. Известно, что $p_1(x) + p_2(x) + \ldots + p_n(x) = 0$. Докажите, что среди этих трехчленов найдутся два, разность которых имеет корень.

Заочная вступительная работа. 10 класс

Третья (заочная) волна поступления. 1 мая – 15 мая 2018 года

Уважаемые участники!

Работа выполняется в течение месяца. Максимальный балл за каждую из задач равен 7 баллам. Задачи не обязательно располагаются по возрастанию сложности. Напоминаем Вам, что ответ без обоснования оценивается намного ниже, чем полное решение. Пожалуйста, используйте темно-синюю или черную пасту, пишите разборчиво. Для удобства, пронумеруйте страницы Вашей работы.

Работа должна быть отсканирована или сфотографирована в хорошем качестве. Крайне желательно, чтобы Ваша работа была выслана единым файлом формата pdf. Сделать это можно, например, воспользовавшись сервисом `pdfjoiner.com`.

Письма с работами отправляются до **15-го мая** на e-mail `spektr.kazan@gmail.com`. Тема письма заполняется так: *Спектр XI класс Город (село) Фамилия Имя.*

Из нескольких писем одного участника проверяется только последнее, остальные удаляются. Поэтому если Вы хотите дополнить присланное ранее письмо, отправляйте заново все задачи.

Работы участников, незарегистрировавшихся в лагерь или неверно заполнивших поле «Тема» письма, а также работы, содержащие вместо вложенных файлов ссылки на файлы, размещенные в Интернете, могут быть проигнорированы!

Успехов!

1. В выпуклом шестиугольнике $ABCDEF$ диагонали AD, BE и CF равны. Пусть P — точка пересечения диагоналей AD и CF, R — точка пересечения диагоналей BE и CF, Q — точка пересечения диагоналей AD и BE. Известно, что $AP = PF$, $BR = CR$ и $DQ = EQ$. Докажите, что точки A, B, C, D, E и F лежат на одной окружности.

2. Докажите, что если $2 \leqslant x \leqslant 3$, $2 \leqslant y \leqslant 3$, то

$$(3-x)^2 + (3-y)^2 + (x-y)^2 \leqslant 2.$$

3. Точки K и L — середины сторон AB и BC четырехугольника $ABCD$. На стороне CD выбрана такая точка M, что $CM : MD = 2 : 1$. Известно, что $DK \parallel BM$ и $AL \parallel CD$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — трапеция.

4. Вася задумал натуральное число n, выписал все его натуральные делители, кроме самого числа n, и сложил два наибольших из них. Получилось число 193. Какое число мог задумать Вася?

5. По кругу сидят 6 детей, изначально у каждого из них по 11 конфеток. Раз в минуту один из детей передает одну конфетку своему соседу по часовой стрелке. Через 51 минуту у первого, третьего и пятого ребенка оказалось по 22 конфетки, а у остальных — ни одной. Докажите, что каждый ребенок хотя бы раз передал одну из своих конфеток.

6. Петя и Вася играют в следующую игру. На столе в начале игры лежит 1000 кучек по одному камню в каждой. Игрок может за один ход сложить любые две кучки камней вместе, при этом соперник дает ему столько рублей, сколько было камней в большей кучке. Выигрывает тот, кто в конце игры (когда все кучки сольются в одну) получит прибыль. Начинает Петя, ходят по очереди. Кто может выиграть вне зависимости от действий соперника и какой наибольший выигрыш он может себе обеспечить?

7. В квадрате 100×100 отмечены k клеток таким образом, что при любом разрезании квадрата по линиям сетки на два прямоугольника один из прямоугольников содержит хотя бы 100 отмеченных клеток. При каком наименьшем значении k это возможно?

8. Дано несколько квадратных трехчленов $p_1(x)$, $p_2(x)$, …, $p_n(x)$, каждый из которых имеет два корня. Известно, что $p_1(x) + p_2(x) + \ldots + p_n(x) = 0$. Докажите, что среди этих трехчленов найдутся два, разность которых имеет корень.