Заочная вступительная работа. 6 класс

3 (заочная) волна поступления. 1 мая – 15 мая 2018 года.

Уважаемые участники!

Работа выполняется в течение 15 дней. Максимальный балл за каждую из задач равен 7 баллам. Задачи не обязательно располагаются по возрастанию сложности. Напоминаем Вам, что ответ без обоснования оценивается намного ниже, чем полное решение. Пожалуйста, используйте темно-синюю или черную пасту, пишите разборчиво. Для удобства, пронумеруйте страницы Вашей работы.

Работа должна быть отсканирована или сфотографирована в хорошем качестве. Обязательно, чтобы Ваша работа была выслана единым файлом формата pdf. Сделать это можно, например, воспользовавшись сервисом `pdfjoiner.com`. Все страницы должны быть правильной ориентации.

Письма с работами отправляются до **15-го мая 2018 года** на e-mail `dilemma.kazan@gmail.com`. Тема письма заполняется так: *Дилемма – 10 класс – Город (село) – Фамилия Имя.* Точно также должен называться файл с работой. Из нескольких писем одного участника проверяется только последнее, остальные удаляются. Поэтому если Вы хотите дополнить присланное ранее письмо, отправляйте заново все задачи.

Работы участников, незарегистрировавшихся в лагерь или неверно заполнивших поле «Тема» письма или название файла, а также работы, с неправильной ориентацией страниц или с неправильной последовательностью страниц, содержащие вместо вложенных файлов ссылки на файлы, размещенные в Интернете, могут быть проигнорированы!

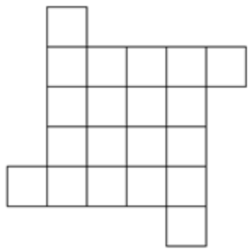
Успехов!

1. Существует ли набор из 10 последовательных натуральных чисел такой, что если их поставить вместо звездочек в выражения, то выражения превратятся в верные равенства? Каждое из 10 чисел должно быть использовано ровно 1 раз. $* - * = 2, * - * = 3, * - * = 4, * - * = 5, * - * = 6$.

2. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. Однажды на собрании каждый житель острова заявил про других присутствующих: «Среди вас есть лжецы». Сколько лжецов могло быть на собрании? Укажите все ответы и объясните почему других нет.

3. Можно ли отметить на доске 8×8 некоторые клетки так, чтобы каждая клетка доски граничила ровно с одной отмеченной?

4. Можно ли расставить в клетках этой фигуры цифры от 0 до 6 так, чтобы для любой пары цифр от 0 до 6 нашлась пара соседних по стороне клеток с этими цифрами?



5. На прямой отметили 6 отрезков и пронумеровали их цифрами от 1 до 6 так, что любые два отрезка с номерами одной чётности имеют хотя бы одну общую точку и любые два отрезка, номера которых отличаются на 1, имеют хотя бы одну общую точку. Обязательно ли на этой прямой найдётся точка, принадлежащая сразу четырём отрезкам?

6. На доске 50×50 стоят 625 королей, не бьющих друг друга. Какое наименьшее количество королей может стоять по краям доски?

7. На начало марта у двух фирм было одинаковое число сотрудников. К концу апреля одна фирма наняла ещё сотрудников и увеличила свой штат в 11 раз, а вторая фирма, наоборот, уволила 11 человек. Теперь штат одной фирмы в целое число раз превышает штат другой. Какое наибольшее число сотрудников у этих фирм могло быть изначально?

8. У одной домохозяйки живут котики и песики, всего 30 домашних животных. Во время переезда их посадили по 2 штуки в 15 корзинок таким образом, что ровно половина всех котиков сидят с песиками. Докажите, что их не удастся пересадить (в те же 15 корзинок) так, чтобы ровно половина всех песиков сидели с котиками.

9. На доске записаны три положительных вещественных числа. Саша одно из них уменьшил на 3%, другое уменьшил на 4%, а третье увеличил на 5%. Результаты Саша записал в тетради. Оказалось, что в Сашиной тетради записаны те же числа, что и на доске (возможно, в другом порядке). Докажите, что Саша ошибся.

Задания запрещено обсуждать в течение всего срока выполнения.